

مبادئ الاحصاء والاحتمالات

Principle of Statistic and Probability

**MS 304**

محاضرة رقم 8

# مبادئ الإحتمالات

## ● التجربة العشوائية Randomized Experiment

هي أي عملية تتم يمكن تحديد كل النتائج الممكنة لها، ولكن لا يمكن مسبقا تحديد النتيجة التي ستظهر أو تحدث، ومثال على ذلك عند إلقاء قطعة عملة معدنية مرة واحدة، فإن النتائج الممكنة لها نتيجتان هما: "ظهور الصورة" ويرمز لها بالرمز H، أو "ظهور الكتابة" ويرمز لها بالرمز T، أي أن النتائج الممكنة هي:  $\{H, T\}$ ، وقبل إلقاء القطعة، لا يمكن تحديد أي من النتيجتين سوف تظهر.

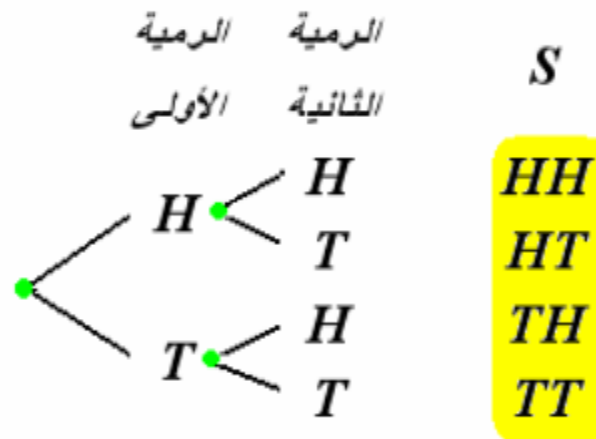
## ● فراغ العينة Sample Space

هي مجموعة النتائج الممكنة للتجربة، ويرمز لها بالرمز  $S$ ، ويرمز لعدد النتائج المكونة لفراغ العينة بالرمز  $n(S)$ ، ومن الأمثلة على ذلك:

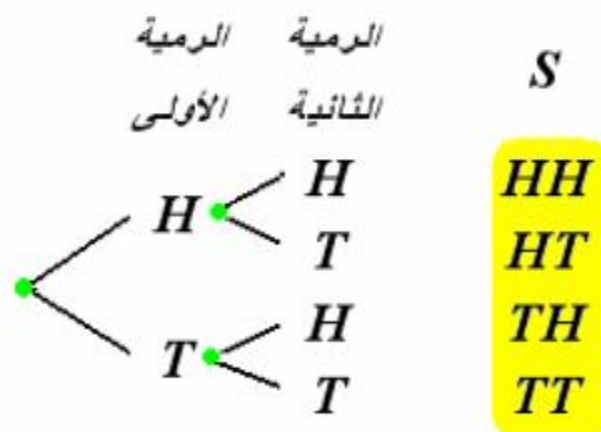
1- عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرة واحدة، نجد أن فراغ العينة هو:  $S: \{H, T\}$ ، وعدد النتائج هي:  $n(S) = 2$ .

2- عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرتين (إلقاء قطعتين مرة واحدة)، فإن فراغ العينة يمكن

الحصول عليه من خلال شجرة الاحتمالات كما يلي:



2- عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرتين (إلقاء قطعتين مرة واحدة)، فإن فراغ العينة يمكن الحصول عليه من خلال شجرة الاحتمالات كما يلي:



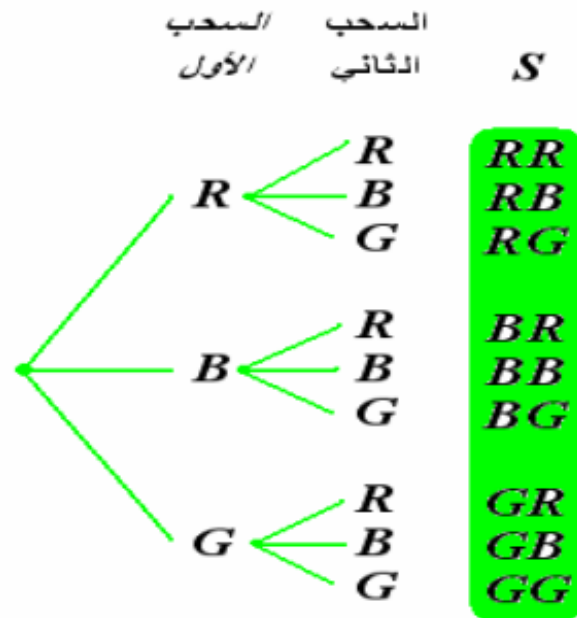
أي أن  $n(S) = 4$

3- عند رمي زهرة نرد غير متحيزة مرة واحدة، فإن فراغ العينة هو مجموعة عدد النقاط التي تظهر على الوجه، وهي:  $S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ، أي أن :  $n(S) = 6$  .

4- عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة عدد من المرات حتى نحصل على الصورة مرة واحدة، نجد أن التجربة هي عدد من المحاولات يتم إيقافها عندما نحصل على الصورة مرة واحدة ، إذا فراغ العينة هو :

$S: \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$  ، ويكون :  $n(S) = \infty$  .

5- عند سحب كرتين بدون إرجاع من كيس به خمس كرات حمراء (red)، ثلاث كرات زرقاء (blue)، وكرتان خضراء (green)، نجد أن فراغ العينة هو:



أي أن:  $n(S) = (10 \times 9) = 90$  ، ( لأنها حالات غير متزنة ).

6- عند فرز صندوق به خمس وحدات من سلعة معينة، يكون فراغ العينة لعدد الوحدات المعيبة هو ..... واجب منزلي



## ● الحوادث Event

هو فئة جزئية من النتائج المكونة لفراغ العينة، ويرمز للحوادث بحرف من الحروف الهجائية  $[A, B, C, \dots]$  ، وينقسم الحوادث إلى نوعين هما:

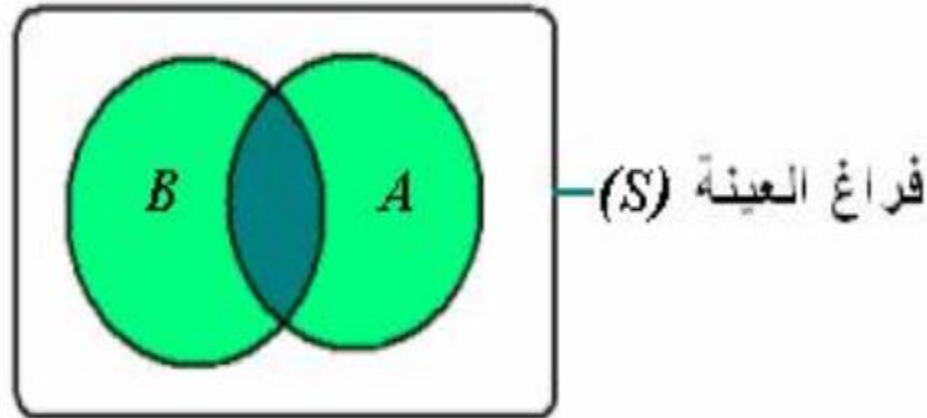
1- حادث بسيط Simple Event: وهو الذي يحتوي على نتيجة واحدة من النتائج المكونة لفراغ العينة.

2- حادث مركب Component Event: ويشمل نتيجتين أو أكثر من النتائج المكونة لفراغ العينة، أي أن الحوادث المركب يمكن تقسيمه إلى حوادث بسيطة. ويرمز لعدد النتائج المكونة للحوادث بالرمز  $n(A)$  ,  $n(B)$  , ... وهكذا.

فعند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرتين ، وعرف الحادث  $A$  بأنه ظهور الصورة مرتين ،  
والحادث  $B$  ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل ، نجد أن فراغ العينة في هذه الحالة هي  
 $S: \{HH, HT, TH, TT\}$  ، وبالنسبة للحادث  $A$  فهو حادث بسيط ، يشمل نتيجة واحدة  
هي  $A: \{HH\}$  ، أي أن  $n(A)=1$  ، أما الحادث  $B$  فهو حادث مركب يشمل ثلاث نتائج هي  
 $B: \{HT, TH, HH\}$  ، أي أن  $n(B)=3$  ، وهذا الحادث يمكن تقسيمه إلى أحداث بسيطة .

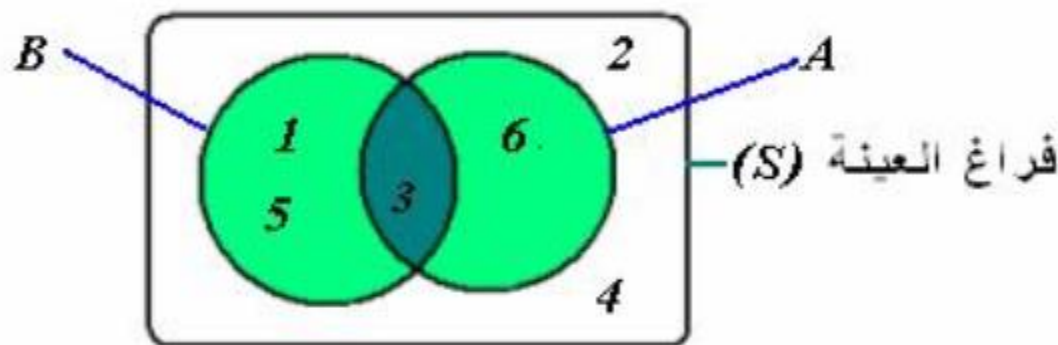
## ● الاتحاد ( $\cup$ ) Union

يعبر اتحاد الحادثان  $A$  ,  $B$  عن وقوع أحدهما على الأقل، وبمعنى آخر وقوع الأول أو الثاني أو كلاهما، ويعبر عن ذلك رياضيا  $(A \cup B)$  أو  $(A \text{ or } B)$ ، ويمكن الاستعانة بشكل "فن" Ven. Diagram كما يلي:



الجزء المظلل يعبر عن الاتحاد  $(A \cup B)$

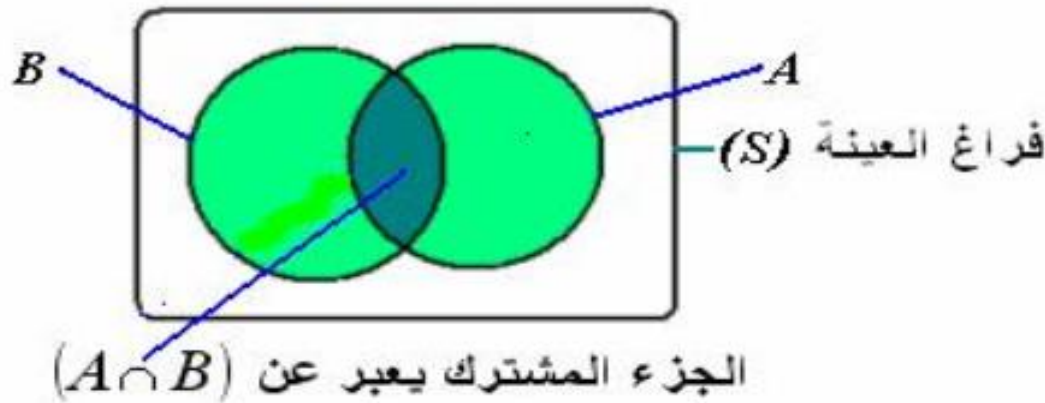
ومثال على ذلك ، عند إلقاء زهرة نرد متزنة مرة واحدة ، وعرف الحادث  $A$  بأنه ظهور وجه يقبل القسمة على 3 ، والحادث  $B$  بأنه ظهور عدد فردي، يلاحظ أن:  
 $S: \{1,2,3,4,5,6\}$  ،  $A: \{3,6\}$  ،  $B: \{1,3,5\}$  ، ويكون اتحاد الحادثان  $A$  ،  $B$  هو:  
 $(A \cup B): \{1,3,5,6\}$  ، ويعبر عن ذلك في شكل Ven كما يلي:



$$(A \cup B): \{1,3,5,6\}$$

## ● التقاطع ( $\cap$ ) Intersection

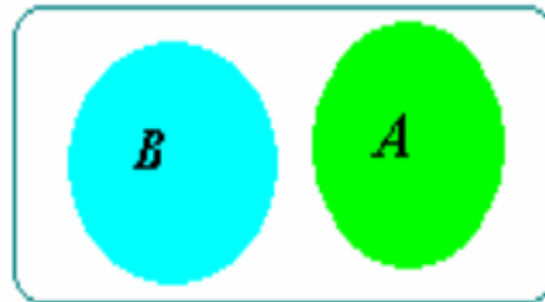
يعبر تقاطع الحادثنان  $A$  ,  $B$  عن وقوع الاثنان في آن واحد ، ويشمل كل النتائج المشتركة بين الحادثنين، ويعبر عن ذلك رياضيا  $(A \cap B)$  أو  $(A \text{ and } B)$  ، ويظهر ذلك في شكل "فن" كما يلي :



ففي المثال السابق ، نجد أن  $(A \cap B): \{3\}$  .

## ● الأحداث المتنافية Mutually Exclusive events

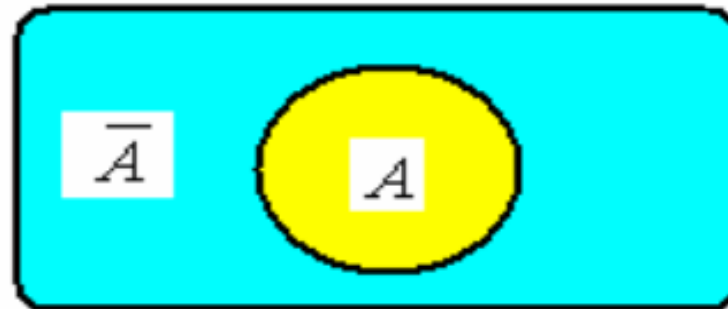
يقال أن الحادثان  $A$ ,  $B$  متنافيان، إذا كان وقوع أحدهما ينفي وقوع الحادث الآخر، بمعنى استحالة وقوعهما في آن واحد، ومن ثم يكون نتيجة تقاطع الحادثان المتنافيان هي الفئة الخالية ويرمز لها بالرمز  $\phi$  أي أن  $A \cap B = \phi$ ، ويمكن تمثيلها بشكل " فن " كما يلي:



لا توجد نتائج مشتركة  $(A \cap B) = \phi$

## ● الحادث المكمل Compliment Event

الحادث المكمل للحادث  $A$  هو الذي ينفي وقوعه، بمعنى آخر هو الحادث الذي يشمل كل نتائج التجربة باستثناء النتائج المكونة للحادث  $A$ ، ويرمز للحادث المكمل بالرمز  $\bar{A}$ ، ومن ثم نستنتج أن :  $(A \cap \bar{A}) = \phi$  ,  $(A \cup \bar{A}) = S$  كما هو مبين بالشكل التالي:



## مثال

ألقيت قطعة عملة غير متحيزة ثلاث مرات، وعرفت الأحداث التالية:

الحادث A ظهور الصورة مرتين.

الحادث B ظهور الصورة مرة واحدة.

الحادث C ظهور الصورة في الرمية الأولى.

والمطلوب: 1- إيجاد الأحداث الخاصة بالاتحاد:

$$A \cup B, A \cup C, B \cup C, A \cup B \cup C$$

2- إيجاد الأحداث الخاصة بالتقاطعات:

$$A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cap B \cap C$$

3- أوجد الحادث  $\bar{B}$

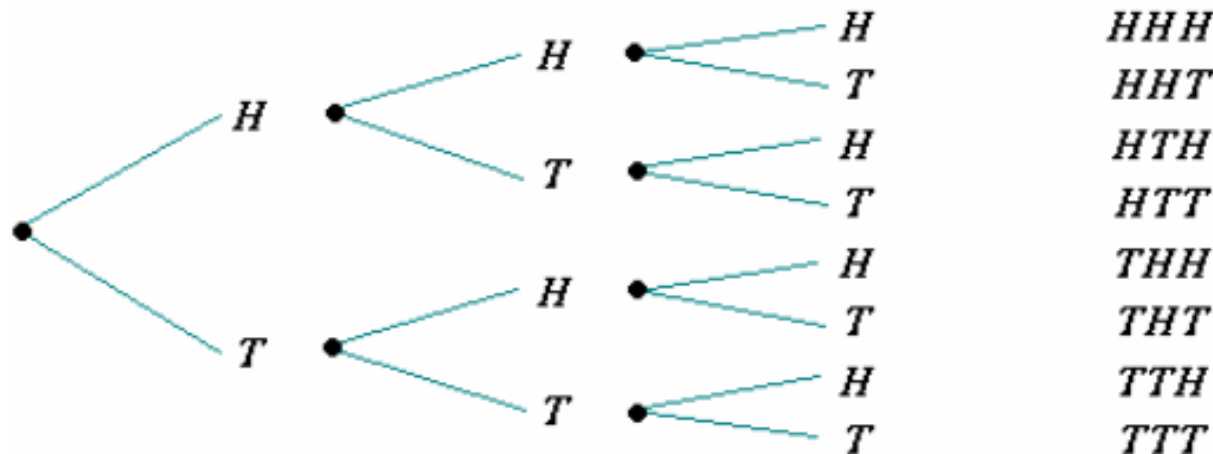


# الحل

- فراغ العينة لهذه التجربة هو:

فراغ العينة

$S$



$$n(S) = 8$$

- وأما الأحداث هي:

$$A: \{HHT, HTH, THH\}, \quad B: \{HTT, THT, TTH\}, \quad C: \{HHH, HHT, HTH, HTT\}$$

$$n(A) = 3$$

$$n(B) = 3$$

$$n(C) = 4$$

• وأما الأحداث هي:

$A: \{HHT, HTH, THH\}$ ,  $B: \{HTT, THT, TTH\}$ ,  $C: \{HHH, HHT, HTH, HTT\}$

$$n(A) = 3$$

$$n(B) = 3$$

$$n(C) = 4$$

1- الأحداث الخاصة بالاتحاد:

$$(A \cup B): \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}, n(A \cup B) = 6$$

$$(A \cup C): \{HHT, HTH, THH, HHH, HTT\}, n(A \cup C) = 5$$

$$(B \cup C): \{HHH, HHT, HTH, HTT, THT, TTH\}, n(B \cup C) = 6$$

$$(A \cup B \cup C): \{HHH, HHT, HTH, HTT, THT, TTH, THH\}, n(A \cup B \cup C) = 7$$

• وأما الأحداث هي:

$A: \{HHT, HTH, THH\}$ ,  $B: \{HTT, THT, TTH\}$ ,  $C: \{HHH, HHT, HTH, HTT\}$

$$n(A) = 3$$

$$n(B) = 3$$

$$n(C) = 4$$

3- إيجاد  $\bar{B}$ :

$$(\bar{B}): \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT\}, \quad n(\bar{B}) = 5$$