مبادئ الاحصاء والاحتمالات

Principle of Statistic and Probability

MS 304

محاضرة رقم 7

معامل الاقتران Coefficient of contingency

يستخدم معامل الاقتران لقياس قوة الارتباط بين ظاهرتين ، كل ظاهرة منهما ذات صفتين فقط و سوف يرمز له بالرمز c.c ، مثلاً دراسة علاقة قوة الارتباط بين التدخين و التعليم . الجدول الآتي يبين التكرار للصفات

	يدخن	لايدخن
متعلم	A	B
غير متعلم	C	D

فيكون معامل الاقتران كالآتي

$$c.c = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

مثال 1

عند دراسة علاقة التدخين بالتعليم في إحدى المؤسسات اختيرت عينة مكونة من 17 شخص وكانت النتائج موضحة كالآتي

	يدخن	لا يدخن
متعلم	5	5
غير متعلم	3	4

احسب معامل الاقتران بين التدخين و التعليم ؟

الحل

$$c.c = \frac{AD - BC}{AD + BC} = \frac{5\times4 - 3\times5}{5\times4 + 3\times5} = \frac{5}{35} = 0.14$$

معامل التوافق

إذا كانت بيانات الظاهرتين موزعة على أكثر من نوعين (أي أن الجدول يحتوي على أكثر من أربع خانات) فإن معامل الاقتران السابق لا يصلح في هذه الحالة ونستخدم مقياساً آخر هو معامل التوافق . لحساب معامل التوافق نفرض أن الظاهرة X لها r صفة والظاهرة Y لها s صفة . نوضح جدول الاقتران بين الظاهرتين كما يلي

x/y	y_1	y_2	.	.	y_s	$\sum$
x_1	f_{11}	f_{12}	.	.	f_{1s}	$f_{1.}$
x_2	f_{21}	f_{22}	.	.	f_{2s}	$f_{2.}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
x_r	f_{r1}	f_{r2}	.	.	f_{rs}	$f_{r.}$
$\sum$	$f_{.1}$	$f_{.2}$			$f_{.s}$	$f_{..}$

و من ثم نحسب معامل التوافق كالآتي

$$c.c = \frac{\sqrt{B-1}}{B}$$

$$B = \frac{(f_{11})^2}{f_{.1} \times f_{1.}} + \frac{(f_{12})^2}{f_{.2} \times f_{2.}} + \ldots + \frac{(f_{rs})^2}{f_{.s} \times f_{r.}}$$

مثال 2

عند دراسة العلاقة بين الرائحة و لون الزهور لعينة مكونة 30 زهرة توصلنا للنتائج الآتية

x/y	yes	no	$\sum$
$yellow$	6	4	10
$white$	7	2	9
red	6	5	11
$\sum$	19	11	30

أحسب معامل التوافق بين اللون X و الرائحة Y للزهور ؟

الحل

$$B=\frac{(6)^2}{19\times10}+\frac{(7)^2}{19\times9}+\frac{(6)^2}{19\times11}+\frac{(4)^2}{11\times10}+\frac{(2)^2}{11\times9}+\frac{(5)^2}{11\times11}$$

$$=0.19+0.29+0.17+0.15+0.04+0.21=1.05$$

$$c.c=\frac{\sqrt{B-1}}{B}=\frac{\sqrt{1.05-1}}{1.05}=\frac{\sqrt{0.05}}{1.05}=0.22$$

نلاحظ أن مقدار قوة الارتباط ضعيفة .

خط الانحدار linear regression

معادلة خط الانحدار هي التنبؤ بقيمة المتغير التابع لقيمة محددة من قيم المتغير المستقل .

١ -معادلة خط انحدار Y على X ، و تعطى بالعلاقة $y = mx + c$ حيث

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$c = \frac{\sum y}{n} - m\frac{\sum x}{n}$$

٢ ـ معادلة خط انحدار X على Y ، و تعطى بالعلاقة $x = my + c$ حيث

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2}$$

$$c = \frac{\sum x}{n} - m\frac{\sum y}{n}$$

مثال 3

أوجد معادلة خط انحدار Y على X و معادلة خط انحدار X على Y حيث X درجات الإحصاء و Y درجات الرياضيات ، في الجدول الآتي

إحصاء	13	9	19	15	8	16	11
رياضيات	15	7	17	10	9	14	10

الحل : نكون الجدول الآتي

x	y	xy	x^2	y^2
13	15	195	169	225
9	7	63	81	49
19	7	323	361	289
15	15	225	225	225
11	10	110	121	100
8	9	72	64	81
16	14	224	256	196
11	10	110	121	100
$\sum = 102$	97	1322	1398	1265

١ ـ معادلة خط انحدار Y على X ، و تعطى بالعلاقة $y = mx + c$ حيث

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = \frac{8\times 1322 - 102\times 97}{8\times 1398 - (102)^2} = 0.87$$

$$c = \frac{\sum y}{n} - m\frac{\sum x}{n} = \frac{97}{8} - 0.87\times\frac{102}{8} = 1.035$$

$$y = 0.87x + 1.035$$

٢ ـ معادلة خط انحدار X على Y ، و تعطى بالعلاقة $x = my + c$ حيث

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2} = \frac{8\times 1322 - 102\times 97}{8\times 1256 - (97)^2} = 0.96$$

$$c = \frac{\sum x}{n} - m\frac{\sum y}{n} = \frac{102}{8} - 0.96\times\frac{97}{8} = 1.11$$

$$x = 0.96y + 1.11$$

تمارين

١ ـ إذا كانت لدينا البيانات الآتية

x	0	1	2	3	4	5	6
y	−1	2	2	8	4	14	5

أوجد

١ ـ معامل الارتباط لبيرسون بين المتغيرين

٢ ـ معامل الارتباط لسبيرمان بين المتغيرين

٣ ـ خط انحدار Y على X .