

مبادئ الاحصاء والاحتمالات

Principle of Statistic and Probability

**MS 304**

محاضرة رقم 5

## التباين و الانحراف المعياري

تباين المجتمع هو متوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يرمز له بالرمز

$\sigma^2$  و يقرأ سيجمما تربيع . في حالة البيانات المباشرة ، إذا كان لدينا قراءات من

مجتمع إحصائي عدد مفرداته  $N$  هي :  $x_1, x_2, \dots, x_N$  و متوسطها  $\bar{x}$  فإن

مربعات انحرافات هذه القيم عن  $\bar{x}$  هي

$$(x_1 - \bar{x})^2, (x_2 - \bar{x})^2, \dots, (x_N - \bar{x})^2$$

ومن ثم فإن التباين

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

الانحراف المعياري للمجتمع هو الجذر التربيعي للتباين ، أي أن

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

تباين العينة

بالنسبة لعينة حجمها  $n$  من مجتمع حجمه  $N$  فإن تباين العينة يرمز له  $s^2$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

الانحراف المعياري للعينة يرمز له  $S$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

في حالة البيانات المباشرة فإن  $S$  يعطي تقدير أفضل للانحراف المعياري  $\sigma$ .

إذا كان حجم العينة كبير ( $n \geq 30$ ) فإن  $S^2$  و  $\sigma^2$  متساويتان تقريباً من

الناحية العملية.

## مثال 1

احسب الانحراف المعياري  $S$  لأعمار مجموعة من الطلاب الآتية

8, 9, 7, 6, 5

الحل

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{35}{5} = 7$$

أولاً نوجد المتوسط

و من ثم نوجد جدول الحل كالاتي

$x$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
8	1	1
9	2	4
7	0	0
6	1-	1
5	2-	2
$\Sigma$	0	10

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{10}{5-1} = 2.5$$

$$s = \sqrt{2.5} = 1.591$$



## التباين و الانحراف المعياري للبيانات المبوبة

إذا كانت  $x_1, x_2, \dots, x_k$  مراكز فئات تكراراتها  $f_1, f_2, \dots, f_k$  على التوالي فإن

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f (x_i - \bar{x})^2}$$

## مثال 2

أوجد الانحراف المعياري لدرجات الطلاب الآتية

الفئة	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
الدرجة	2	9	15	11	2	1

الفئات	$x$	$f$	$fx$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$f(x - \bar{x})^2$
40 - 49	44.5	2	89	-21.25	451.56	903.13
50 - 59	54.5	9	490.5	-11.25	126.56	1139.06
60 - 69	64.5	15	967.5	-1.25	1.56	23.06
70 - 79	74.5	11	819.5	8.75	76.56	842.19
80 - 89	84.5	2	169.0	18.75	351.56	703.13
90 - 99	94.5	1	94.5	28.75	826.56	826.56
$\Sigma$		40	2630			4437.5

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i = \frac{2630}{40}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{4437.5}{39} = 113.78$$

$$s = \sqrt{113.78} = 10.67$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

### مثال 3

احسب الانحراف المعياري لأعمار الطلاب الآتية

8, 9, 7, 6, 5

الحل

$x$	$x^2$
8	64
9	81
7	49
6	36
5	25
$\Sigma$	35    255

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left( 255 - \frac{(35)^2}{5} \right) = \frac{1}{4} (255 - 245) = 2.5$$

$$s = \sqrt{2.5} = 1.581$$

## تمارين

١ - احسب الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري للبيانات الآتية

$x$	11-15	16-20	21-25	26-30
$f$	12	14	13	11