

مبادئ الاحصاء والاحتمالات

Principle of Statistic and Probability

MS 304

محاضرة رقم 4

Measures of Dispersion مقاييس التشتت

مقدمة

لنفترض أن لدينا ثلاث مجموعات مختلفة من الطلاب X, Y, Z درجاتهم كالآتي :

$$X = 59, 61, 62, 58, 60$$

$$Y = 50, 60, 66, 54, 70$$

$$Z = 19, 65, 46, 78, 72$$

نجدهم جميعاً يتفقون في المتوسط الحسابي $\bar{x} = 60$. في حين نجد درجات المجموعة الأولى متقاربة و متجانسة ، درجات المجموعة الثانية أقل تقارباً و تجانساً من المجموعة الأولى ، درجات المجموعة الثالثة أقل تقارباً من المجموعة الثانية . أي أن الثلاث مجموعات مختلفة التجانس رغم اتفاقها في المتوسط ، و من ثم فإن مقاييس النزعة المركزية غير كافية للمقارنة بين طبيعة البيانات الإحصائية . من هنا نشأت الحاجة إلى إيجاد مقاييس تقيس درجة تجانس (تقارب) أو تشتت (تباين) مفردات البيانات بعضها عن بعض فيما يعرف بمقاييس التشتت و منها المدى ، الانحراف المتوسط ، التباين ، الانحراف المعياري ، معامل الاختلاف و مقاييس الالتواء و التفلطح .

المدى

يُعرّف المدى ، في حالة البيانات المباشرة ، بأنه الفرق بين أصغر قراءة و أكبر قراءة و في حالة البيانات المبوبة فإن المدى يكون الفرق بين مركز الفئة العليا و مركز الفئة الدنيا . و لأن المدى يعتمد على قراءتين فقط فهو مقياس تقريبي لا يعتمد عليه .

نصف المدى الربيعي

إذا كانت لدينا مجموعة من البيانات عددها n قراءة فإن القراءات ترتب ترتيباً تصاعدياً وتقسم إلى أربعة أقسام متساوية، ويعطى نصف المدى الربيعي بالعلاقة

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

حيث Q_1 يسمى الربع الأدنى ويسبقه $\frac{n}{4}$ من القراءات

و Q_3 يسمى الربع الأعلى ويسبقه $\frac{3n}{4}$ من القراءات

مثال 1

أوجد نصف المدى الربيعي لأوزان مجموعة الطلاب الآتية

67, 65, 69, 58, 55, 71, 72, 70

الحل

نعيد ترتيب البيانات تصاعدياً، كالآتي

55, 58 \uparrow 65, 67, 69, 70 \uparrow 71, 72

ثم نوجد

$$Q_1 = \frac{58 + 65}{2} = 61.5$$

$$Q_3 = \frac{70 + 71}{2} = 70.5$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ &= \frac{70.5 - 61.5}{2} = 4.5 \end{aligned}$$

مثال 2

أوجد نصف المدى الربيعي لأوزان مجموعة الطلاب الآتية

59, 67, 65, 69, 58, 50, 70, 72, 74

الحل

نعيد ترتيب البيانات تصاعدياً، كالآتي

50, 58, [59], 65, 67, 69, [70], 72, 74

ثم نوجد

$$Q_1 = 59$$

$$Q_3 = 70$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ &= \frac{70 - 59}{2} = 5.5 \end{aligned}$$

نصف المدى الربيعي للبيانات المبوبة

يتم حساب نصف المدى الربيعي بصورة مشابهة لحساب الوسيط :

يحسب الربع الأدنى Q_1 بوضع $\frac{n}{4}$ بدلاً من $\frac{n}{2}$ في قانون الوسيط .

يحسب الربع الأعلى Q_2 بوضع $\frac{3n}{4}$ بدلاً من $\frac{n}{2}$ في قانون الوسيط .

وأخيراً يحسب نصف المدى الربيعي من القانون

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - F_1}{F_2 - F_1} h$$

$$Q_3 = L_2 + \frac{\frac{3n}{4} - F_1}{F_2 - F_1} h$$

مثال 3

أوجد نصف المدى الربيعي حسابياً لدرجات الطلاب الآتية

حدود الفئات	التكرار المئوي
40 - 49	2
50 - 59	9
60 - 69	15
70 - 79	11
80 - 89	2
90 - 99	1

الحل

نوجد الجدول المتجمع الصاعد كما يلي

التكرارات المتجمعة الصاعدة	فئات التكرارات المتجمعة الصاعدة
0	أصغر من 39.5
$2, \dots, F_1$	أصغر من $L_1 = 49.5$
$11, \dots, F_2$	أصغر من 59.5
$26, \dots, F_1'$	أصغر من $L_2 = 69.5$
$37, \dots, F_2'$	أصغر من 79.5
39	أصغر من 89.5
40	أصغر من 99.5

$$n = 40, \frac{n}{4} = 10, \frac{3n}{4} = 30, h = 10$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - F_1}{F_2 - F_1} h = 49.5 + \frac{10 - 2}{11 - 2} \cdot 10 = 58.39$$

$$Q_3 = L_2 + \frac{\frac{3n}{4} - F_1'}{F_2' - F_1'} h = 69.5 + \frac{30 - 26}{37 - 26} \cdot 10 = 73.14$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{73.14 - 58.39}{2} = 7.38$$

الانحراف المتوسط (Mean deviation)

يعرف الانحراف المتوسط بأنه متوسط الانحرافات المطلقة للقراءات عن متوسطها الحسابي \bar{x} و يرمز له بالرمز M.D . أي أن

$$M.D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

و السبب في أخذ القيم المطلقة للانحرافات هو أن مجموع انحرافات القيم عن متوسطها يساوي صفراً .

في حالة البيانات المبوبة فإن الانحراف المتوسط يعطى بالعلاقة الآتية

$$M.D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f |x_i - \bar{x}|$$

مثال 4

أوجد الانحراف المتوسط لأعمار مجموعة الطلاب

6,5,7,7,8,9,9,5

الحل : أولاً نوجد المتوسط $\bar{x} = \frac{56}{8}$. ثم نوجد جدول الحل كالاتي

x	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $
6	-1	1
<u>5</u>	-2	2
7	0	0
7	0	0
8	1	1
9	2	2
5	-2	2
56	0	10

$$M.D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| = \frac{10}{8} = 1.25$$

مثال 5

أوجد الانحراف المتوسط لدرجات الطلاب في مثال 3 السابق

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{2630}{40} = 65.75 \quad \text{الحل : أولاً نوجد المتوسط}$$

الفئات	x	f	fx	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$f x - \bar{x} $
40 - 49	44.5	2	89	-21.25	21.25	42.5
50 - 59	54.5	9	490.5	-11.25	11.25	101.25
60 - 69	64.5	15	967.5	-1.25	1.25	18.75
70 - 79	74.5	11	819.5	8.75	8.75	96.25
80 - 89	84.5	2	169.0	18.75	18.75	37.5
90 - 99	94.5	1	94.5	28.75	28.75	28.75
Σ		40	2630			325

$$M.D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f |x_i - \bar{x}| = \frac{325}{40} = 8.125$$