مبادئ الاحصاء والاحتمالات

Principle of Statistic and Probability

MS 304

محاضرة رقم 3

المنوال Mode

هو القيمة الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات . قد يكون لمجموعة البيانات منوال واحد لذلك تسمى وحيده المنوال أو يكون لها أكثر من منوال وتسمى متعددة المنوال أو لا يكون لمجموعة البيانات منوال فتسمى عديمة المنوال .

مثال 1

أحسب المنوال من البيانات الآتية :

2.6.9.4.10.6

الحل

يوجد لهذه البيانات منوال واحد وهو القيمة 6 لأنها تكررت 3 مرات أكثر من غيرها .

مثال 2

احسب المنوال من البيانات الآتية

4.2.7.9.4.7.10.7

الحل:

نجد أن القيمة 7 تكررت 3 مرات و 4 تكررت مرتين وعليه فإن المنوال هو 7

مثال 3

احسب المنوال من البيانات الآتية

4.9.8.12.11.7.15

الحل:

لا يوجد في هذه البيانات أي قيمة تكررت أكثر من مرة وعليه فإنه لا يوجد منوال لهذه البيانات .

المنوال من جداول التوزيع التكرارية

١ ـ نوجد أكبر تكرار f و عليه يمكن إيجاد التكرار السابق له f_1 و اللاحق f_2

٢ ـ نأخذ بداية الفئة المنوالية و يرمز له بالرمز L و هي الفئة التي تقابل أكبر تكرار f.

٣ ـ نحدد طول الفئة المنوالية h و هو يساوي الفرق بين بداية الفئة المنوالية و بداية الفئة التالية لها و نطبق القاعدة الآتية :

$$Mod = L + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2}.h$$

مثال 4

أوجد المنوال حسابياً لأعمار الطلاب

فئات العمر	5 – 6	7 – 8	9 – 10	11 – 12	13 – 14
عدد الطلاب	2	5	8	4	1

الحل :

الفئات	مركز الفئات X	التكرار f	$f.X$
5 – 6	5.5	2	11
7 – 8	7.5	5	37.5
9 – 10	9.5	8	76.0
11 – 12	11.5	4	46.0
13 – 14	13.5	1	13.5
المجموع $\sum$		$n = \sum f_i = 20$	$\sum f_i x_i = 184$

من الجدول نجد أن

$$f = 8 \quad f_2=4 \quad f_1=5$$

وكذلك $h= 10.5-8.5=2 \quad ,L=8.5$

بالتعويض في قانون المنوال السابق نحصل على

$$= 8.5 + \frac{8-5}{16-5-4}.2$$

مثال 5

الأعمار	6	7	8	9	10	11
الطلاب	4	2	7	3	2	2

المتجمع الصاعد	$f_i x_i$	التكرار	مراكز الفئات
0 أقل من 6			0
4 أقل من 7	24	4	6
6 أقل من 8	14	2	[7]
13 أقل من 9	56	7	8
16 أقل من 10	27	3	9
18 أقل من 11	20	2	10
20 أقل من 12	22	2	11
	163	20	المجموع

$$(i)\ \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{163}{20}$$

$$(ii)\ \frac{n}{2} = 10, L = 7, f_1 = 6, f_2 = 13$$

$$Med = L + \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2 - f_1}.h = 7 + \frac{10-6}{13-6}.1 = 7 + \frac{4}{7}$$

$$(iii)\, f = 7, f_1 = 2 f_2 = 3, L = 8, h = 9 - 8 = 1$$

$$Mod = L + \frac{f - f_1}{2f - f_2 - f_1}.h = 8 + \frac{7-2}{14-3-2}.1$$

$$= 8 + \frac{5}{9}$$

الوسط الهندسي(Geometric Mean)

الوسط الهندسي لمجموعة من القيم $x_1,\ldots,x_n$ ، هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم ، كالآتي : $G.M = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}$

يمتاز الوسط الهندسي عن الوسط الحسابي بأنه أقل تأثراً بالقيم المتطرفة في البيانات ، لأنه معلوم رياضياً بأن الوسط الهندسي لمجموعة من القيم أقل من وسطه الحسابي $G.M \leq \bar{x}$. وعادةً يحسب الوسط الهندسي باستخدام اللوغريتمات كالآتي:

$$Log\ G.M = \frac{1}{n}\left(\sum_{l=1}^{n} Log\ x_i\right)$$

مثال 6 :

أحسب الوسط الهندسي و الوسط الحسابي للبيانات

$$3,5,6,6,7,10,12$$

الحل:

$$G.M = \sqrt[7]{3.5.6.6.7.10.12}$$

$$LogG.M = \frac{1}{7}(Log3 + Log5 + Log6 + Log6 + Log7 + Log10 + Log12)$$

$$= \frac{1}{7}(0.4771 + 0.6990 + 0.7782 + 0.7782 + 0.8451 + 1 + 1.0729) = 0.8081$$

$$Log\ G.M = 0.8081$$

$$\Rightarrow G.M = 6.43$$

$$\overline{x} = \frac{1}{7}(3+5+6+6+7+10+12) = 7$$

من الواضح أن $G.M \leq \overline{x}$

الوسط الهندسي في حالة الجداول التكرارية

في هذه الحالة يحسب الوسط الهندسي للفئات التي عددها K و مراكزها هي $x_1, x_2, \ldots, x_k$ و التي يقابلها بالترتيب التكرارات $f_1, \ldots, f_k$ من القانون الآتي :

$$G.M = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \ldots x_k^{f_k}}$$

التمارين

١. فيما يلي أعمار مجموعة من الطلاب بإحدى المدارس

6,6,9,8,6,10,9,9,8,7,8,6,7,8,8,11,10,11,8,8

أ - أحسب المتوسط الحسابي

ب - احسب المنوال

ت - احسب الوسيط

٢. فيما يلي توزيع درجات 60 طالباً في أحد الاختبارات

فئة	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
التكرار	3	3	4	6	6	11	9	8	2	3	3	1

أحسب: أ - المتوسط ب - الوسيط ت - المنوال